SOLUTIONS

Solution 1 :

1°/ On a : OA = OB et $(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ donc $r(A) = B$

On a : OB = OC et $(\widehat{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ donc $r(B) = C$

On a : OC = OD et $(\widehat{\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ donc $r(C) = D$

2°/

a) On a : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \vec{O} \Leftrightarrow$ I est le barycentre du système { (A , 3) ; (B , 1)} donc (I) est le barycentre de { (B , 3) ; (C , 1)} car $r(A)$ = B et $r(B)$ = C (la rotation conserve les barycentres).

D'autre part on a :

$\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{JC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC} = \vec{O} \Leftrightarrow$ J est le barycentre du système { (B ,3) : (C , 1) }

Conclusion : $r(I)$ = J (car un système de deux points admet un seul barycentre) .

b) On a : $r(I)$ = J et $r(0)$ = 0 donc OI = OJ et $(\widehat{\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

donc OIJ est un triangle isocèle rectangle en O .

Solution 2 :

1°/

a) On a : ADBC est un losange .

$r(D) = r_2 \circ r_1(D)$

On a : $r_1(D)$ = B car AD = AB et $(\widehat{\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

$r_2(B)$ = B donc $r(D) = r_2 \circ r_1(D) = r_2(B)$ = B .

$r(B) = r_2 \circ r_1(B) = r_2(r_1(B))$